

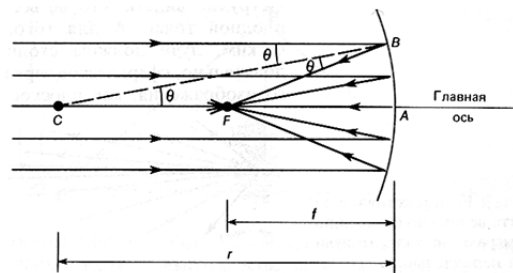
## Урок №26 (15.01.2020)

### Формулы тонкой линзы и сферического зеркала.

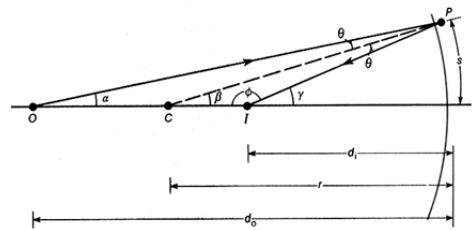
#### 1. Сферическое зеркало

*Параксиальный* луч – луч, образующий малые углы с оптической осью и пересекающий поверхности на расстояниях, малых, по сравнению с их радиусами кривизны.

Вообще-то говоря, параллельный пучок света, падающий на сферическое зеркало, не соберется в одной точке (в одной точке поток параллельных лучей собирает параболическое зеркало). Однако если мы рассматриваем только *параксиальные* лучи, то можно считать, что сферическое зеркало собирает параллельный пучок света в точке, называемой *фокусом* зеркала. Найдем соотношение между радиусом зеркала  $r$  и его фокусным расстоянием  $f$ . Из рисунка очевидно, что  $CF = FB$ . Полагая  $CA \gg BA$ , можем считать, что  $FB = FA$ . Следовательно  $f = r/2$ .



Теперь посмотрим, на каком расстоянии  $d_i$  от точки  $A$  будет изображение предмета, расположенного на оптической оси зеркала на расстоянии  $d_o$  от точки  $A$ .



$\gamma + \phi = \pi$ , следовательно  $\gamma = \alpha + 2\theta$ , т.к. сумма углов треугольника  $OPI$  равна  $\pi$ . Аналогично,  $\beta = \alpha + \theta$ . Исключая  $\theta$ , получаем:  $\alpha + \gamma = 2\beta$ . Это равенство можно с некоторым приближением заменить на соотношение:  $\frac{s}{d_o} + \frac{s}{d_i} = \frac{2s}{r}$  (через определение радиана).

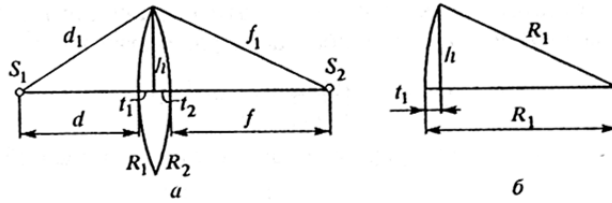
В итоге получаем:  $\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}$  – формулу для сферического зеркала.

#### Правило знаков

Радиус считается положительным, если зеркало вогнутое. Расстояние до изображения считается отрицательным, если изображение оказывается за зеркалом.

#### 2. Тонкая линза

Рассмотрим, что происходит с расходящимся пучком световых лучей, попадающих на *тонкую линзу*. Для этого воспользуемся принципом Ферма.



Пусть у нас лучи выходят из точки  $S_1$ , расположенной на оси линзы на расстоянии  $d$  от неё. Докажем, что при этом они сойдутся в некоторой точке  $S_2$ , на расстоянии  $f$  от линзы.

Пусть радиусы кривизны линзы  $R_1$  и  $R_2$  ( $\gg d, f$ ). Пусть, также, высота линзы  $h \ll d, f$ . Согласно принципу Ферма, оптические длины всех лучей, проходящих через линзу, должны быть равны. Рассмотрим два луча, показанные на рисунке.

Приравняем оптические длины этих лучей:

$$d + n(t_1 + t_2) + f = d_1 + f_1.$$

Выразим  $d_1$  по теореме Пифагора:

$$d_1 = \sqrt{(d + t_1)^2 + h^2} = (d + t_1) \sqrt{1 + \frac{h^2}{(d + t_1)^2}}.$$

Считая второе слагаемое под корнем много меньше единицы, получим:

$$d_1 \approx d + t_1 + \frac{1}{2} \frac{h^2}{d + t_1}.$$

Для  $f_1$  аналогично получим:

$$f_1 \approx f + t_2 + \frac{1}{2} \frac{h^2}{f + t_2}.$$

Подставляя все это в первое равенство, получим:

$$(n - 1)(t_1 + t_2) = \frac{h^2}{2} \left( \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \right).$$

С помощью теоремы Пифагора выразим  $t_1$  и  $t_2$ :

$$t_1 = R_1 - \sqrt{R_1^2 - h^2} \approx \frac{h^2}{2R_1}, \quad t_2 \approx \frac{h^2}{2R_2}.$$

В результате, наконец, получаем *формулу тонкой линзы*:

$$\boxed{\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}, \text{ где } \frac{1}{F} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}.$$

### Правило знаков

У выпуклой линзы  $R$  положительно. Расстояние до изображения считается отрицательным, если изображение находится с той же стороны, что и источник света. Расстояние до объекта считается положительным, если объект располагается с той же стороны, что и источник света. (Последнее может нарушаться, если мы рассчитываем систему из нескольких оптических приборов.)